

Lycée Pilote Sfax	Devoir de synthèse n°1	1 ^{ère} année
21 Décembre 2016	Mathématiques	Durée : 1 H 30

Exercice 1 : (4 points)



On donne $x = \frac{3-2\sqrt{6}}{1+\sqrt{6}} + \frac{2}{2+\sqrt{6}}$ et $y = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + \sqrt{2}(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) - 13$.

- 1) Montrer que $x = 2\sqrt{6} - 5$.
- 2) Montrer que $y = 2x$.
- 3) Montrer alors que $\sqrt{\frac{y^2x^{-1} + x^2y^{-1}}{y}} = \frac{3}{2}$.

Exercice n°2 : (6 points)

Soit x un réel. On donne $A = (x - 1)(x^2 + x + 1) - (x - 2)^3 + 2x(x + 6) - 11$.
 $B = (2x + 1)^3 + 2(1 - 2x)(2x + 3) - 8$.

- 1) Montrer que $A = 8x^2 - 4$.
- 2) Montrer que $B = (2x - 1)(2x + 1)^2$.
- 3) On suppose que $0 < x < \frac{1}{2}$.
 - a) Montrer que $B > 4(2x - 1)$.
 - b) Comparer alors A et B .

Exercice n°3 : (4 points)

Soit ABCD un rectangle.

- 1) Construire le point E de [BC] tel que $BE = \frac{2}{5} BC$.
- 2) La droite (DE) coupe (AB) en F. Evaluer le rapport $\frac{BF}{DC}$.
- 3) Soit H le projeté orthogonal de E sur (CF) et K le projeté orthogonal de D sur (CF).
 - a) Montrer que $\frac{FE}{FD} = \frac{FH}{FK}$.
 - b) Montrer alors que (BH) et (AK) sont parallèles.
- 4) La droite (FD) coupe (BH) en M et (AK) en N. Montrer que $FN \times FE = FM \times FD$.

Exercice n°4 : (6 points)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 6$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$ et $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Soit O le milieu de [AB] et H le projeté orthogonal de A sur [BC].

- 1) a) Calculer AH, AC et CH.
 b) En déduire que $BC = 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2}$.
- 2) La parallèle à (AC) passant par O coupe [BC] en K.
 Soit I le projeté orthogonal de K sur (AB).
 - a) Calculer OK.
 - b) Montrer que $IB = \frac{3\sqrt{3} + 3}{2}$.
- 3) a) Evaluer l'angle \widehat{KOA} .
 b) Montrer que $\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.
- 4) La perpendiculaire à (OK) en K coupe (AB) en E.
 Calculer OE.

